



Ketika menyelesaikan masalah pembuktian, *problem solver* membutuhkan dukungan argumen. Kemampuan argumentasi matematika merupakan kemampuan mengemukakan data, alasan dan dukungan teori, kemampuan menulis, kemampuan berwacana untuk menyakinkan diri sendiri dan audiens. Kemampuan mengemukakan suatu alasan secara lisan maupun tertulis merupakan bagian penting dari kemampuan argumen matematis. Alasan yang disertai dengan data dan dukungan teori yang benar akan menghasilkan argumen yang valid. Alasan dapat memberikan penjelasan mengapa suatu pernyataan bernilai benar atau salah.

Buku ini membahas tentang argumen matematis dalam membuktikan yang disusun berdasarkan hasil penelitian, sehingga memuat materi-materi hasil kajian referensi terpilih dan hasil-hasil penelitian. Isi buku ini meliputi Pernyataan Matematika, Pernyataan Kuantor, Bukti Matematis, Argumentasi Matematis, dan *Warrant* Argumen dalam Membuktikan. Buku ini dapat dijadikan sebagai bahan referensi bagi mahasiswa, pengajar matematika dan peneliti, serta dijadikan rujukan bagi yang mempelajari, memahami, mengajarkan dan meneliti argumen matematis dan

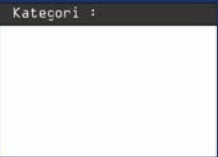


Dr. Lia Budi Trisanti, M.Pd. lahir di Jombang tanggal 27 Oktober 1987, anak pertama dari pasangan Bapak Sunaryo dan Ibu Marseken. Penulis adalah dosen Pendidikan Matematika STKIP PGRI Jombang sejak tahun 2010. Riwayat pendidikan S-1 yaitu Pendidikan Matematika STKIP PGRI Jombang (2010), S-2 Pendidikan Matematika Universitas Negeri Surabaya (2012), dan S-3 Pendidikan Matematika Universitas Negeri Malang (2017).



Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si. lahir di Malang, 30 November 1967. Beliau merupakan Guru Besar bidang Matematika Terapan di Universitas Negeri Malang. Riwayat pendidikan S-1 yaitu Pendidikan Matematika IKIP Malang (1990), S-2 Matematika ITB Bandung (1994), dan S-3 MIPA ITB Bandung (2001).

Penerbit Deepublish (CV BUDI UTAMA)
 Jl. Kaliurang Km 9,3 Yogyakarta 55581
 Telp/Fax : (0274) 4533427
 Anggota IKAPI (076/DIY/2012)
 ✉ cs@deepublish.co.id
 📍 Penerbit Deepublish
 📧 @penerbitbuku_deepublish
 🌐 www.penerbitdeepublish.com



ARGUMEN DALAM PEMBUKTIAN

Dr. Lia Budi Trisanti, M.Pd. | Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si.

ARGUMEN DALAM PEMBUKTIAN

Dr. Lia Budi Trisanti, M.Pd.
Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si.



ARGUMEN
DALAM



**ARGUMEN
DALAM PEMBUKTIAN**

deepublish / publisher

UU No 28 tahun 2014 tentang Hak Cipta

Fungsi dan sifat hak cipta Pasal 4

Hak Cipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 3 huruf a merupakan hak eksklusif yang terdiri atas hak moral dan hak ekonomi.

Pembatasan Pelindungan Pasal 26

Ketentuan sebagaimana dimaksud dalam Pasal 23, Pasal 24, dan Pasal 25 tidak berlaku terhadap:

- i. Penggunaan kutipan singkat Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait untuk pelaporan peristiwa aktual yang ditujukan hanya untuk keperluan penyediaan informasi aktual;
- ii. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk kepentingan penelitian ilmu pengetahuan;
- iii. Penggandaan Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait hanya untuk keperluan pengajaran, kecuali pertunjukan dan Fonogram yang telah dilakukan Pengumuman sebagai bahan ajar; dan
- iv. Penggunaan untuk kepentingan pendidikan dan pengembangan ilmu pengetahuan yang memungkinkan suatu Ciptaan dan/atau produk Hak Terkait dapat digunakan tanpa izin Pelaku Pertunjukan, Produser Fonogram, atau Lembaga Penyiaran.

Sanksi Pelanggaran Pasal 113

1. Setiap Orang yang dengan tanpa hak melakukan pelanggaran hak ekonomi sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf i untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 1 (satu) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp100.000.000 (seratus juta rupiah).
2. Setiap Orang yang dengan tanpa hak dan/atau tanpa izin Pencipta atau pemegang Hak Cipta melakukan pelanggaran hak ekonomi Pencipta sebagaimana dimaksud dalam Pasal 9 ayat (1) huruf c, huruf d, huruf f, dan/atau huruf h untuk Penggunaan Secara Komersial dipidana dengan pidana penjara paling lama 3 (tiga) tahun dan/atau pidana denda paling banyak Rp500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

ARGUMEN DALAM PEMBUKTIAN

Dr. Lia Budi Trisanti, M.Pd.
Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si.

 deepublish

Cerdas, Bahagia, Mulia, Lintas Generasi.

ARGUMEN DALAM PEMBUKTIAN

Lia Budi Trisanti & Toto Nusantara

Desain Cover :
Herlambang Rahmadhani

Sumber :
<https://www.shutterstock.com>

Tata Letak :
Gofur Dyah Ayu

Proofreader :
Mira Muarifah

Ukuran :
xii, 104 hlm, Uk: 14x20 cm

ISBN :
No ISBN

Cetakan Pertama :
Bulan 2021

Hak Cipta 2021, Pada Penulis

Isi diluar tanggung jawab percetakan

Copyright © 2021 by Deepublish Publisher
All Right Reserved

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang keras menerjemahkan, memfotokopi, atau
memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini
tanpa izin tertulis dari Penerbit.

PENERBIT DEEPUBLISH
(Grup Penerbitan CV BUDI UTAMA)
Anggota IKAPI (076/DIY/2012)

Jl.Rajawali, G. Elang 6, No 3, Drono, Sardonoharjo, Ngaglik, Sleman
Jl.Kaliurang Km.9,3 – Yogyakarta 55581
Telp/Faks: (0274) 4533427
Website: www.deepublish.co.id
www.penerbitdeepublish.com
E-mail: cs@deepublish.co.id

PRAKATA

Puji syukur ke hadirat Allah *Subhanahu wata'ala* atas rahmat dan hidayah-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan penyusunan naskah buku ini dengan judul ***Argumen dalam Pembuktian***. Buku ini disusun berdasarkan hasil penelitian “Pengembangan Model Pembelajaran *Infusion Learning* untuk Meningkatkan Kemampuan Argumen Matematis”, sehingga buku ini memuat materi-materi hasil kajian referensi terpilih dan hasil-hasil penelitian sebagai materi pengayaan serta penyajian materi disesuaikan dengan tingkat kognitif mahasiswa.

Buku ini ditujukan bagi mahasiswa Pendidikan Matematika, dosen dan peneliti yang mempelajari, memahami dan mengajarkan bukti dan argumen matematis. Fokus pembahasan buku ini adalah argumen dan bukti matematis.

Penulis menyadari bahwa naskah buku ini dapat diselesaikan karena bantuan dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan terima kasih kepada:

1. Direktorat Pengelolaan Kekayaan Intelektual Direktorat Jenderal Penguatan Riset dan Pengembangan yang mengadakan Program Hibah Pasca Doktor sehingga penulis termotivasi untuk selalu meneliti dan menulis.
2. Prof. Dr. Toto Nusantara, M.Si. selaku pendamping penulisan, yang membimbing penulis dengan penuh keikhlasan, senantiasa memberi semangat dan motivasi, bahkan meluangkan waktu bagi penulis untuk berkonsultasi di sela-sela kesibukan beliau.
3. Ketua dan Kepala LPPM Universitas Negeri Malang dan STKIP PGRI Jombang yang memberikan kepercayaan dan

- pembinaan kepada penulis untuk mengembangkan diri dalam bidang pengajaran penelitian dan pengabdian.
4. Koordinator program studi dan teman-teman dosen Pendidikan Matematika STKIP PGRI Jombang yang telah memberikan masukan dan bantuan selama penulisan buku ini.
 5. Suami (Bismar Basalama) dan anak (Malika Mufida Hayya Basalama) yang memberikan rida, doa, kasih sayang dan dukungan moral spiritual, materiel maupun imateriel.
 6. Kedua orang tua (Sunaryo dan Marseken) dan kedua mertua (Zainuri dan Fatimah) yang telah dengan ikhlas dan sabar mencurahkan kasih sayang dan do'a demi kesuksesan penulis.
 7. Adik Fatkhul Hidayat yang memberikan semangat dan bantuan kepada penulis.

Kebaikan semua pihak kepada penulis, kami berdoa semoga Allah *Subhanahu wata'ala* membalas kebaikan berbagai pihak tersebut dengan kebaikan yang banyak dan semoga Allah *Subhanahu wata'ala* membalas kebaikan berbagai pihak tersebut dengan balasan yang terbaik (جَزَاكُمُ اللَّهُ خَيْرًا كَثِيرًا وَجَزَاكُمُ اللَّهُ أَحْسَنَ الْجَزَاءِ). *Aamiin.*

Penulis menyadari bahwa naskah buku ini masih jauh dari harapan para pembaca yang budiman. Oleh karena itu, saran dan kritik yang konstruktif sangat diharapkan demi penyempurnaan buku ini. Akhir kata, semoga naskah buku ini dapat memberikan manfaat, walaupun sekecil *dzarrah*.

Jombang, 30 Juli 2021

Lia Budi Trisanti

DAFTAR ISI

PRAKATA.....	v
DAFTAR ISI.....	vii
DAFTAR TABEL.....	ix
DAFTAR GAMBAR.....	xi
BAB I PERNYATAAN MATEMATIKA.....	1
1.1. Pernyataan Matematika.....	1
1.2. Pernyataan Majemuk.....	3
1.3. Negasi.....	9
1.4. Pernyataan Ekuivalen.....	10
1.5. Konvers, Invers dan Kontrapositif dari Pernyataan Implikasi Logis.....	13
1.6. Argumen Matematis yang Valid.....	14
1.7. Logical Fallacy.....	22
BAB II PERNYATAAN KUANTOR.....	25
2.1. Pengertian dan Jenis Pernyataan Kuantor.....	25
2.2. Pernyataan Universal Bersyarat.....	28
2.3. Negasi Pernyataan Berkuantor.....	29
BAB III BUKTI MATEMATIS.....	32
3.1. Pembuktian dalam Matematika.....	32
3.2. Metode Pembuktian.....	33

BAB IV	ARGUMENTASI MATEMATIS	41
4.1.	Pemahaman Implikasi Logis	41
4.2.	Makna Argumen Matematis	43
4.3.	Argumen Matematis yang Valid.....	48
4.4.	Skema Argumentasi Matematis	49
BAB V	WARRANT ARGUMEN DALAM	
	MEMBUKTIKAN	56
5.1.	<i>Warrant</i> Induktif	57
5.2.	<i>Warrant</i> Struktural Intuitif	63
5.3.	<i>Warrant</i> Deduktif	67
5.4.	<i>Warrant</i> Struktural Intuitif dan Deduktif	70
5.5.	<i>Warrant</i> Induktif dan Deduktif 53	73
5.6.	Skema Pergeseran Argumen saat Membuktikan	81
	DAFTAR RUJUKAN	96
	BIOGRAFI PENULIS.....	104

DAFTAR TABEL

Tabel 1.1	Kebenaran Konjungsi ($p \wedge q$).....	3
Tabel 1.2	Kebenaran Disjungsi ($p \vee q$)	4
Tabel 1.3	Kebenaran Implikasi ($p \Rightarrow q$).....	6
Tabel 1.4	Kebenaran Biimplikasi ($p \Leftrightarrow q$).....	8
Tabel 1.5	Tabel Kebenaran $\sim P$	9
Tabel 1.6	Tabel Kebenaran Negasi $p \wedge q$, $p \vee q$ dan $p \Rightarrow q$	9
Tabel 1.7	Tabel Kebenaran Proposisi ($p \Leftrightarrow q$) dan ($p \Rightarrow q$) \wedge ($q \Rightarrow p$)	10
Tabel 1.8	Tabel Konvers, Invers, dan Kontraposisi dari Proposisi Asal $p \Rightarrow q$	13
Tabel 1.9	Tabel Kebenaran [$\{(p \vee q) \vee r\} \wedge \sim q\} \Rightarrow (p \vee r)$	15
Tabel 1.10	Tabel Kebenaran [$\{(p \vee q) \wedge r\} \wedge p\} \Rightarrow (p \wedge q)$	16
Tabel 1.11	Tabel Kebenaran Modus Ponens	17
Tabel 1.12	Kebenaran Modus Tolen	18
Tabel 1.13	Tabel Kebenaran Silogisme Disjungsi	18
Tabel 1.14	Tabel Kebenaran Tambahan Disjungsi	19
Tabel 1.15	Tabel Kebenaran Silogisme Disjungsi	20

Tabel 1.16	Tabel Kebenaran Silogisme Hipotesis.....	21
Tabel 1.17	Tabel Kebenaran Pembagian Kasus	21
Tabel 1.18	Tabel Kebenaran $\{(p \Rightarrow q) \wedge q\} \Rightarrow p$	23
Tabel 1.19	Tabel Kebenaran $\{(p \Rightarrow q) \wedge \sim p\} \Rightarrow \sim q$	24
Tabel 4.1	Perbedaan Bukti dan Argumen	46
Tabel 5.1	Kriteria dari Jenis-Jenis <i>Warrant</i>	79

DAFTAR GAMBAR

Gambar 4.1	Hubungan Penalaran dan Argumen	47
Gambar 4.2	Skema Toulmin untuk Menganalisis Argumen.....	53
Gambar 4.3	Argumen Matematis yang Dinyatakan dengan Skema Toulmin	55
Gambar 5.1	Proses Berpikir Penyusunan <i>Warrant</i> Induktif.....	57
Gambar 5.2	Tugas pemecahan Masalah Pembuktian	58
Gambar 5.3	Skema Argumentasi Matematis Lengkap	59
Gambar 5.4	Skema Argumen Matematis Induktif.....	61
Gambar 5.5	Pola Induktif Hasil Generalisasi	62
Gambar 5.6	Skema Argumen Struktural Intuitif	65
Gambar 5.7	Skema Argumen Matematis Deduktif	69
Gambar 5.8	Interaksi Formal Kognitif vs Kognisi Intuitif	70
Gambar 5.9	Skema Argumen Matematis Struktural Intuitif dan Deduktif	72
Gambar 5.10	Skema Argumen Matematis Induktif dan Deduktif	77
Gambar 5.11	Argumentasi Matematis S1 <i>Not in Dialog</i>	82
Gambar 5.12	Argumentasi Matematis S1 <i>in Dialog</i>	84

Gambar 5.13 Skema Pergeseran Argumentasi Matematis Melengkapi.....	85
Gambar 5.14 Argumentasi Matematis S2 <i>Not in Dialog</i>	87
Gambar 5.15 Argumentasi Matematis S2 <i>in Dialog</i>	89
Gambar 5.16 Skema pergeseran argumentasi matematis rekonstruktif	90
Gambar 5.17 Pola Induktif Hasil Generalisasi	92